

Mécanique quantique : Particules indiscernables et interprétation statistique

Michel Gondran¹, Alexandre Gondran²
EDF R&D¹, Association FERMAT²

Nous proposons une nouvelle interprétation de la mécanique quantique qui fait la synthèse des interprétations de Copenhague et de Broglie-Bohm. Pour les particules discernables, nous gardons l'interprétation de Copenhague où la fonction d'onde représente toute l'information sur la particule ; pour les particules indiscernables, nous prenons l'interprétation de Broglie-Bohm où la fonction d'onde ne représente pas toute l'information sur la particule et pour laquelle il faut ajouter la position pour discerner la particule. Cette interprétation est ensuite validée sur des expériences fondamentales de la mécanique quantique : les particules indiscernables des expériences des fentes de Young et de Stern et Gerlach dans cet article, les particules discernables de l'oscillateur harmonique et de l'atome d'hydrogène dans le prochain article.

Dans le numéro de la REE de novembre 2005, nous avons rappelé le grand débat scientifique entre les pères fondateurs de la mécanique quantique sur son interprétation. Le point de vue de Bohr, Heisenberg, Born, Pauli s'est finalement imposé à toute la science contemporaine contre celui d'Einstein et de Broglie : il faut renoncer au déterminisme et à l'existence d'une réalité objective. Devant les immenses conséquences philosophiques et épistémologiques d'une telle affirmation, il semble raisonnable de chercher si ses fondements sont indiscutables !

Nous sommes convaincus qu'une si longue et âpre querelle, entre savants éminents et de bonne foi, ne s'explique que dans la mesure où chacun d'eux fondait sa conviction sur une vérité indiscutable, mais partielle. Nous pensons en conséquence qu'une synthèse entre ces points de vue apparemment inconciliables est non seulement possible, mais que cette synthèse est la seule voie possible vers une interprétation cohérente, globale et intuitivement acceptable de la mécanique quantique.

Le cœur du problème réside dans l'interprétation de la fameuse fonction d'onde. Caractérise-t-elle com-

plètement une particule, comme le prétend l'interprétation de Copenhague ? Ou faut-il ajouter à cette représentation la position du centre de masse de la particule comme le propose de Broglie ? C'est à ces questions que nous allons tenter de répondre dans cet article et le suivant.

Nous proposons d'abord une interprétation de la fonction d'onde qui réalise la synthèse des deux principales interprétations de la mécanique quantique : l'interprétation de Copenhague et l'interprétation de Broglie-Bohm. Cette synthèse est basée sur la distinction entre particules discernables et particules indiscernables. Nous retrouvons alors le déterminisme et une certaine réalité objective.

Puis nous validons cette interprétation pour les particules indiscernables par les simulations des interférences dans l'expérience des fentes de Young et celle de la mesure du "spin" dans l'expérience de Stern et Gerlach.

Le cas des particules discernables avec les exemples de l'oscillateur harmonique et de l'atome d'hydrogène sera développé dans le prochain article.

La synthèse Copenhague/de Broglie-Bohm

Pour nous guider, écoutons les quatre préceptes du "Discours de la méthode" en prenant la "ferme et constante résolution de ne manquer pas une seule fois à les observer":

"Le premier était de ne recevoir jamais aucune chose pour vraie que je ne la connusse évidemment être telle : c'est-à-dire, d'éviter soigneusement la précipitation, et la prévention ; et de ne comprendre rien de plus en mes jugements, que ce qui se présenterait si clairement et si distinctement à mon esprit, que je n'eusse aucune occasion de le mettre en doute."

"Le second, de diviser chacune des difficultés que j'examinerais en autant de parcelles qu'il se pourrait, et qu'il serait requis pour les mieux résoudre."

"La troisième de conduire par ordre mes pensées, en commençant par les objets les plus simples, et les plus aisés à connaître, pour monter peu à peu comme par degrés jusqu'à la connaissance des plus composés : et supposant même de l'ordre entre ceux qui ne se précèdent point naturellement les uns les autres."

"Et le dernier de faire partout des dénombrements si entiers, et des revues si générales, que je fusse assuré de ne rien omettre."

René Descartes

Si l'on essaye de les observer, on doit d'abord mettre en doute l'interprétation classique de la fonction d'onde jusqu'à une clarification totale, diviser la difficulté d'interprétation en autant de cas qu'il se pourrait, commencer par la fonction d'onde la plus simple, et tenir compte de tous les cas possibles.

L'hypothèse que nous allons étudier dans cet article et le suivant est une synthèse entre l'interprétation de Copenhague et celle de Broglie-Bohm pour le cas le plus simple : la fonction d'onde d'une particule unique ou d'un ensemble de particules sans interaction entre elles et préparées de la même façon.

Pour une particule discernable, la fonction d'onde caractérise complètement la particule comme le considère l'interprétation de Copenhague. Pour une particule indiscernable la fonction d'onde ne caractérise pas complètement la particule. L'hypothèse que nous faisons est de supposer que dans ce dernier cas elle peut être rendue discernable si on ajoute à sa fonction d'onde sa position comme dans l'interprétation de Broglie-Bohm.

Cette hypothèse correspond à un doute sur l'interprétation de la fonction d'onde (premier précepte) et à

une recherche de cas particuliers où l'interprétation peut être plus assurée (second précepte). Ici, nous nous restreindrons au cas d'une fonction d'onde pour une particule unique ou un ensemble de particules sans interaction entre elles et préparées de la même façon (troisième précepte). Enfin, nous essayerons d'être le plus exhaustif possible (quatrième précepte).

Comme les particules discernables et indiscernables suivent des statistiques différentes, cette distinction sur l'interprétation de leur fonction d'onde admet une base méthodologique solide.

L'idée de donner une interprétation différente à la fonction d'onde suivant la manière dont elle est préparée n'est pas nouvelle : c'est en particulier le cas du paramètre d'ordre introduit pour les superfluides et les condensats de Bose-Einstein.

Ainsi nous faisons la conjecture que la difficulté de l'interprétation de la fonction d'onde provient du fait que l'on regroupe sous un même nom et une même équation (équation de Schrödinger, de Pauli, de Dirac) deux concepts différents : **une fonction d'onde statistique** qui ne caractérise pas complètement la particule (particules indiscernables) et **une fonction d'onde soliton** qui caractérise complètement la particule (particule discernable). Ces deux sortes de fonctions d'onde correspondent pour nous à des particules préparées de manières différentes avec en particulier des conditions expérimentales initiales différentes.

Les équations de Madelung montrent en particulier que si le carré du module de la fonction d'onde initiale représente la probabilité de présence du centre de masse de la particule, alors à tout instant ultérieur il représente encore la probabilité de présence du centre de masse de la particule. Par contre, si le carré du module de la fonction d'onde initiale représente la densité d'une particule étendue, alors à tout instant ultérieur le carré du module représente encore la densité d'une particule étendue.

Vérifions qu'il y a bien **expérimentalement** une différence qualitative entre ces deux types de fonction d'onde.

La fonction d'onde statistique est mise en évidence par la densité des impacts d'un ensemble de particules, qui étaient jusque-là indiscernables. C'est la fonction d'onde mesurée dans les expériences classiques des fentes de Young et de Stern et Gerlach que nous allons étudier maintenant.

La fonction d'onde soliton correspond à une particule unique qui forme un tout discernable, lequel peut être

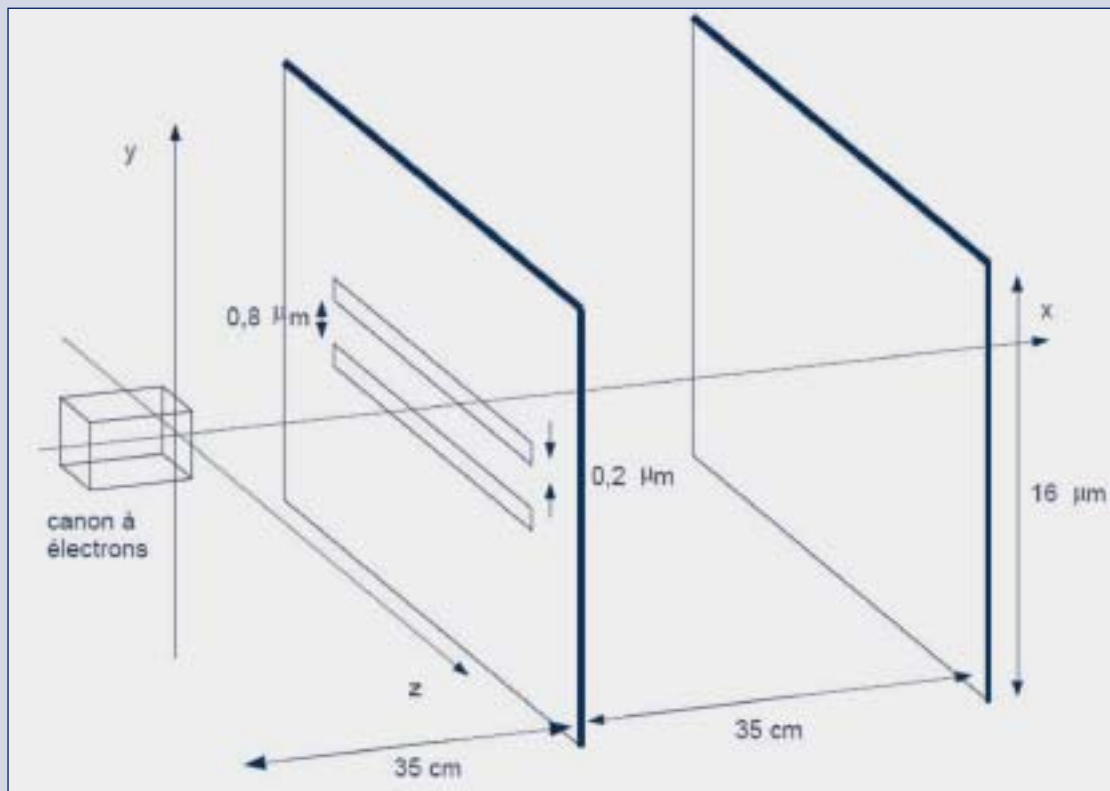


Figure 1. Schéma de l'expérience de Jönsson.

touché ou déplacé par STM par exemple. C'est la fonction d'onde de toute particule dans son état fondamental, des états cohérents de l'oscillateur harmonique et des états non dispersifs de l'atome d'hydrogène qui viennent récemment d'être observés par Maeda et Gallagher [3].

Les interférences dans l'expérience des fentes de Young

L'expérience des fentes de Young a longtemps été l'expérience cruciale pour le débat sur l'interprétation du dualisme onde-particule. C'est une expérience simple qui présente en effet les deux caractéristiques des phénomènes quantiques: le caractère ondulatoire au niveau macroscopique lié au phénomène d'interférence de la fonction d'onde ; le caractère corpusculaire au niveau microscopique, lié aux impacts sur l'écran. C'est aussi la première expérience mettant en évidence avec l'effet Aharonov-Bohm, et avant l'expérience EPR, le caractère non local de la mécanique quantique.

Pour Feynman, cette expérience réalisée avec des électrons aborde *"le point fondamental du comportement mystérieux [des électrons] sous son aspect le*

plus étrange... [C'est] un phénomène qui est impossible, absolument impossible à expliquer de façon classique et qui contient le coeur de la mécanique quantique. En réalité, il en contient même l'unique mystère..."

Nous proposons ici de revisiter l'expérience des fentes de Young effectuée avec des électrons par Jönsson [4] à partir des résultats de simulation de [5] et de ceux que nous venons de publier dans le numéro de juin 2005 de "American Journal of Physics" [6]. Ces simulations sont, à notre connaissance, les premières simulations complètes de l'expérience des fentes de Young. Elles font suite à celles réalisées en 1979 par Philippidis, Dewdney et Hiley [5]. Cependant, les simulations précédentes comportaient certaines limitations. Elles ne considéraient le phénomène qu'après la sortie des fentes, et ne prenaient pas en compte la diffraction causée par les bords des fentes (modèles de fentes non réalistes).

La figure 1 présente le schéma de l'expérience des fentes de Young réalisée pour des électrons par Jönsson. Un canon à électron émet dans le plan horizontal des électrons à une vitesse de $1,8 \times 10^8$ m/s. Après 35 cm de parcours, ils rencontrent une plaque percée de deux fentes horizontales large chacune de $0,2 \mu\text{m}$ et espa-

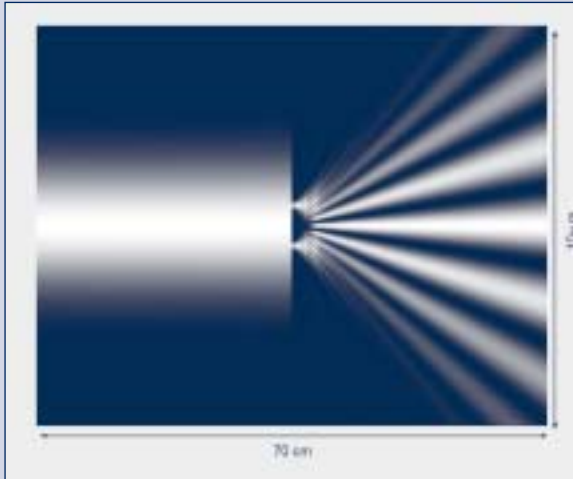


Figure 2. Evolution de la densité de probabilité des électrons.

cées de 1 μm l'une de l'autre. Un écran situé 35 cm après ces fentes récolte les électrons. L'impact de chaque électron apparaît sur l'écran au fur et à mesure que l'expérience se déroule. Au bout de plusieurs milliers d'impacts, on constate que la répartition de électrons sur l'écran fait apparaître des franges d'interférence.

Les électrons sortant d'un canon à électrons sont représentés par la même fonction d'onde initiale : nous sommes donc dans le cas de *particules indiscernables* dont nous ne connaissons que la probabilité de présence dans le jet électronique. On a donc avec cette fonction d'onde initiale la même indétermination qu'en mécanique classique : or en mécanique classique pour décrire l'évolution de l'atome, il faut préciser sa position de départ. Nous ferons de même en mécanique quantique. C'est notre hypothèse pour les particules indiscernables.

La figure 2 représente la densité de présence d'un électron au cours de l'expérience (plus la densité est claire, plus la probabilité de présence est forte). Les calculs ont été réalisés en utilisant la méthode des intégrales de chemins de Feynman.

On constate que les interférences n'apparaissent que quelques centimètres après les fentes. Dans l'expérience de Jönsson, les franges d'interférence ne sont pas observées directement, mais à travers les impacts des électrons sur l'écran de détection. La théorie quantique classique n'explique que statistiquement les impacts individuels des particules indiscernables.

Par contre, on peut sous les conditions initiales précédentes faire l'interprétation de Broglie-Bohm : les particules ont une position initiale et suivent une

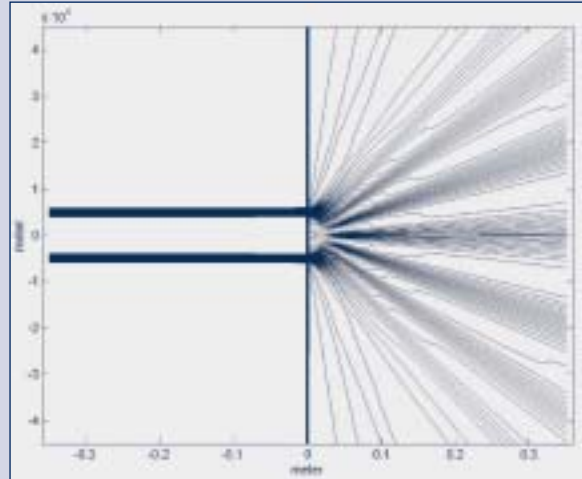


Figure 3. 100 trajectoires d'électrons.

trajectoire dont la vitesse à chaque instant est proportionnelle au gradient de la phase de la fonction d'onde.

On réalise avec cette hypothèse une simulation Monte Carlo [5] de cette expérience en tirant au hasard les positions initiales des électrons dans le paquet d'ondes initial. La figure 3 représente les trajectoires quantiques de 100 électrons qui traversent une des deux fentes : les électrons arrêtés par le premier écran ne sont pas représentés.

Ce sont ces différentes trajectoires qui expliquent à la fois les impacts des électrons sur l'écran de détection et les franges d'interférence. La figure 4 représente ces 100 trajectoires, toujours issues, des mêmes 100 points initiaux lorsque l'on divise la constante de Planck respectivement par 10 et 100. Les trajectoires quantiques convergent donc continûment vers les trajectoires classiques quand h tend vers 0.

Ces trajectoires quantiques permettent de plus d'approfondir le postulat de la réduction du paquet d'onde : au moment où la particule touche l'écran, la particule est captée par l'écran, devient discernable et sa fonction d'onde change de nature : elle passe d'une fonction d'onde statistique à une fonction d'onde soliton.

Remarquons enfin que l'expérience des fentes de Young est la première expérience mettant en évidence le caractère non local de la mécanique quantique.

La mesure du spin dans l'expérience de Stern et Gerlach

En étudiant la déviation d'un jet d'atomes d'argent dans un champ magnétique fortement inhomogène,

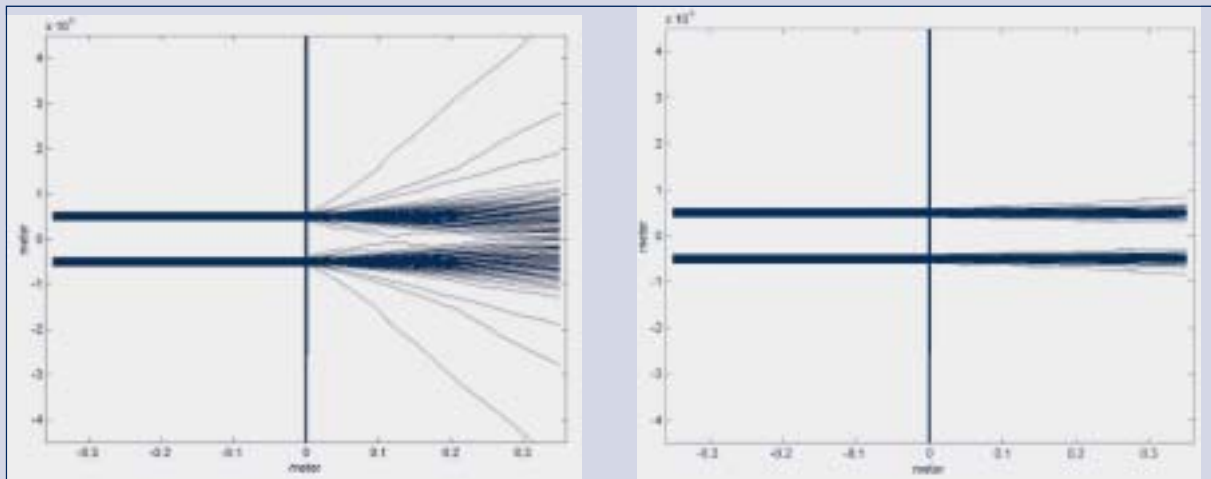


Figure 4. Evolution des 100 trajectoires d'électrons quand h est divisé par 10, puis 100.

Stern et Gerlach (1922) trouvent un résultat expérimental qui contredit la prévision de bon sens : le faisceau, au lieu de s'élargir, se sépare en deux faisceaux distincts donnant deux taches distinctes d'intensités identiques, symétriques par rapport à 0 et situées sur l'axe Oz.

Historiquement, c'est l'expérience qui a permis d'établir la quantification du spin. Théoriquement, c'est l'expérience typique posant le problème de la mesure en mécanique quantique et qui a donné lieu à de longs débats qui durent encore maintenant.

Nous proposons ici de revisiter cette expérience à partir d'une simulation complète en espace et en temps que nous venons de proposer pour publication [7]. Les résultats que nous présentons sont, à notre connaissance, les premiers calculs complets en espace et en temps de l'expérience de Stern et Gerlach. Ces calculs font suite à ceux effectués en 1986 par Dewdney,

Holland et Kypianidis [8], mais qui étaient très partiels.

Des atomes d'argent, contenus dans une enceinte E chauffée à haute température, s'en échappent par un orifice étroit et se propagent ensuite en ligne droite dans le vide poussé qui règne à l'intérieur de l'appareil. Un trou T sélectionne ceux de ces atomes dont la vitesse v est parallèle à Oy. Le jet atomique traverse l'entrefer d'un électroaimant A1 avant de se condenser sur une plaque P1. Les moments magnétiques des atomes d'argent sont, avant la traversée dans l'électroaimant, orientés au hasard de façon isotrope.

Pour la simulation, on suppose que les atomes d'argent sortant du canon atomique ont une fonction d'onde représentée par un spineur gaussien dont l'orientation initiale (θ_0, φ_0) est aléatoire. L'expérience correspond donc à un mélange d'états purs.

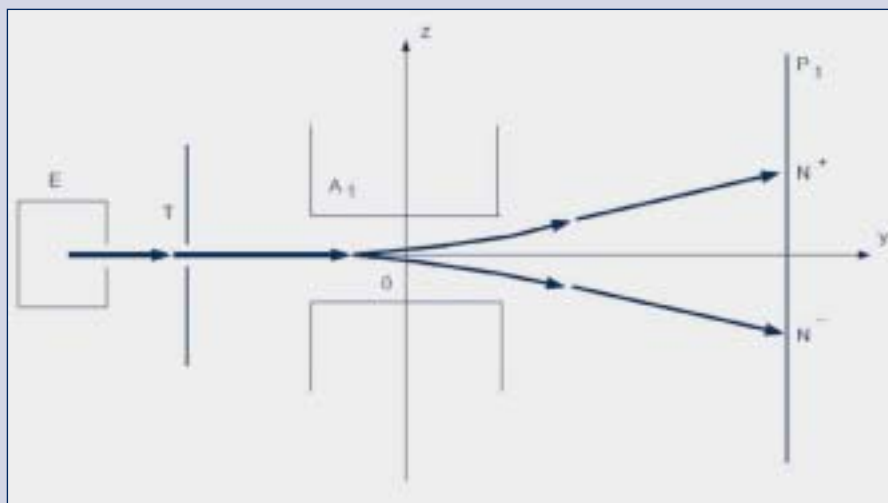


Figure 5. Schéma de l'expérience de Stern et Gerlach.

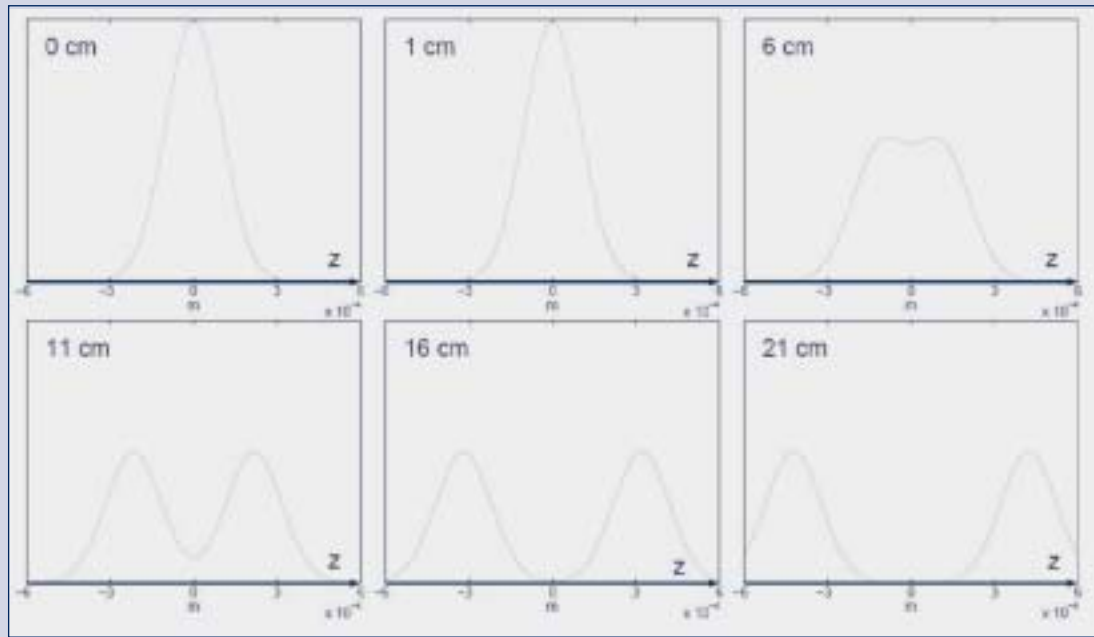


Figure 6. Evolution de la densité de probabilité des atomes d'argent.

On représente sur la figure 6 l'évolution en z de la densité de probabilité des atomes d'argent en fonction du temps t par l'intermédiaire de $y=vt$. La séparation ne se fait pas à la sortie du champ magnétique (1 cm), mais à partir de 10 cm après sa sortie du champ.

Comme dans l'expérience des fentes de Young, la fonction d'onde initiale ne donne que la probabilité de présence de l'atome dans le jet atomique. Pour obtenir les impacts, on réalise comme pour les fentes de Young une simulation Monte Carlo [7] de cette expérience où les positions initiales des particules sont tirées au hasard. Dans la première étape, nous considérons un spineur (état pur) dont l'orientation initiale (θ_0, φ_0) est donnée. La figure 7 représente pour $\theta_0 = \pi/3$ une simulation Monte Carlo d'un ensemble de dix trajectoires quantiques d'atomes d'argent dont les positions initiales z_0 ont été tirées au hasard. L'orientation $\theta(z, t)$ du vecteur de polarisation est représentée sur ces trajectoires par des flèches.

Ce sont ces différentes trajectoires qui expliquent à la fois les impacts des atomes sur l'écran de détection et la quantification du spin.

A partir de la valeur initiale $\theta(z, 0) = \theta_0$, on remarque que suivant la position initiale z_0 de la particule dans le paquet d'onde, le vecteur de polarisation (spin) s'oriente progressivement vers $\pi/2$ si $z_0 > z_{00}$ ou vers $-\pi/2$ si $z_0 < z_{00}$.

Dans la seconde étape, nous considérons un mélange d'états purs en tirant au sort l'orientation ini-

tiale (θ_0, φ_0) du spineur. La figure 8 représente une simulation Monte Carlo d'un ensemble de 10 trajectoires quantiques d'atomes d'argent dont les positions initiales z_0 sont aussi tirées au hasard. On obtient ainsi les deux tâches expérimentales de Stern et Gerlach.

Outre une explication des impacts, cette simulation montre qu'il est possible de donner aussi une explication simple de la quantification.

Pour les particules indiscernables, il est alors possible de proposer une interprétation claire de la mesure en mécanique quantique. Il y a bien interaction avec l'appareil de mesure comme on le dit classiquement, et il y a bien un temps minimum nécessaire à la mesure (qui est bien celui observé expérimentalement).

Cependant, cette mesure et ce temps n'ont pas le sens qu'on leur donne classiquement. Ici, c'est l'appareil de mesure qui oriente les spins soit dans le sens du champ, soit dans le sens inverse suivant la position de la particule dans son paquet d'ondes. Le temps de mesure est alors le temps nécessaire à la particule pour orienter son spin dans sa direction finale

Remarquons que dans cette étude numérique de l'expérience de Stern et Gerlach, nous n'avons utilisé aucun des postulats classiques de la mesure en mécanique quantique : valeur propre de l'Hamiltonien et réduction du paquet d'ondes. Ces deux postulats rendent compte des résultats expérimentaux, mais ne donnent aucune idée des transitions qui conduisent

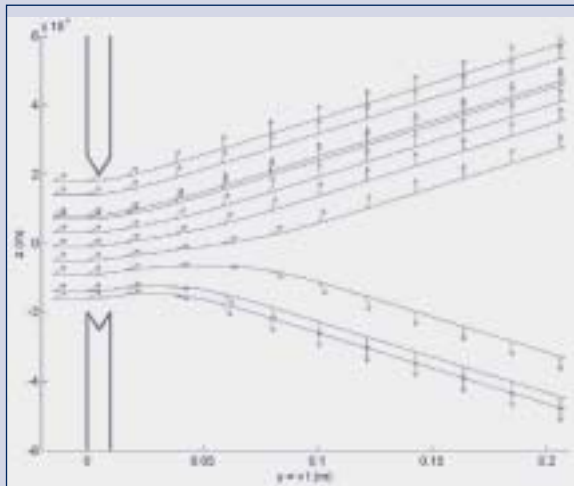


Figure 7. Dix trajectoires d'un atome de polarisation initiale $\theta(z,0)=\pi/3$ et de position initiale z_0 tirées au hasard.

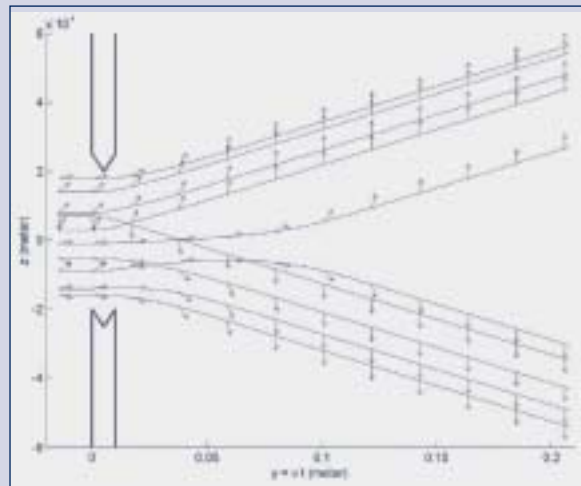


Figure 8. Dix trajectoires d'un atome de polarisation et de position initiales tirées au hasard.

aux résultats. Nous avons seulement utilisé les équations de la mécanique quantique (équation de Pauli) et avons fait une seule hypothèse liée aux particules indiscernables : les centres de masse des atomes issus du jet atomique ont des positions qui sont distribuées suivant la densité donnée par la fonction d'onde et suivent des trajectoires compatibles avec l'équation de continuité (hypothèse de Broglie-Bohm).

Avec cette seule hypothèse, nous avons déduit :

- une explication simple de la position des impacts des particules,
- une explication simple de la quantification du spi selon l'axe de la mesure,
- une explication de la transition vers les valeurs propres de l'Hamiltonien,
- une explication simple de la non commutativité des mesures suivant les axes.

Outre les résultats expérimentaux, nous obtenons une explication des transitions qui y conduisent.

Ainsi pour les particules indiscernables, nous avons en permanence une onde et une particule : l'onde est non locale et dépend comme un champ de tout l'espace ;

la particule est localisée. La fonction d'onde pilote la particule et la particule pilote la réduction du paquet d'ondes.

Références

- [1] L.de BROGLIE, 1927, J. de Phys., 8 , p. 225-241.
- [2] D. BOHM, "A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "hidden" Variables", Physical Review, 85,166-193 (1952).
- [3] H. MAEDA & T. F. GALLAGHER, "Non Dispersing Wave Packets", Phys. Rev. Lett. 92 (2004) 133004-1.
- [4] C. JÖNSSON, "Electron Diffraction at Multiple Slits", Am. J.Phys. 42 (1974) 4-11.
- [5] A. GONDRAN, "Fentes de Young : trajectoires d'électrons ?", rapport de stage de l'ENST (février 2002).
- [6] M.GONDRAN & A. GONDRAN , "Numerical Simulation of the Double-Slit Interference With Ultracold Atoms", Am. J.Phys. 73 (5), 2005.
- [7] M. GONDRAN & A. GONDRAN, "A Complete Analysis of the Stern-Gerlach Experiment Using Pauli Spinors", quant-ph/0511276.
- [8] C. DEWDNEY, P.R. HOLLAND & A. KYPIANIDIS, "What Happens in a Spin Measurement ?", Phys. Lett. A, 119 (6), 259-267 (1986).
- [9] M. GONDRAN & A. GONDRAN, "La Mécanique quantique : et si Einstein et de Broglie avaient raison ?", à paraître 2006.