

Mécanique quantique: Et si Einstein et de Broglie avaient raison ?

Michel Gondran¹, Alexandre Gondran²
EDF R&D¹, Association FERMAT²

Les fondements de la mécanique quantique ont été au coeur du plus grand débat scientifique du 20^{ème} siècle. Le point de vue de Bohr, Heisenberg, Born, Pauli, Dirac s'est finalement imposé à toute la science contemporaine: il faut renoncer à l'existence d'une réalité objective et au déterminisme, " Dieu joue aux dés". Il faut même renoncer à vouloir tout comprendre. Les conséquences philosophiques et épistémologiques en sont immenses !

Mais deux irréductibles, Albert Einstein et Louis de Broglie, ont résisté seuls contre tous. Jusqu'à la fin de leur vie ils ont défendu le déterminisme et la réalité physique. Cet article propose de remonter aux sources de ce combat : l'interprétation de la fonction d'onde, et de rappeler en particulier les apports des deux pères de la dualité onde-particule. Et notre espoir est que le lecteur puisse, à la lecture de cet article, se poser la question : " Et si Einstein et de Broglie avaient raison ?" .

En conclusion de cette publication, nous vous proposons d'approfondir et – qui sait - d'essayer de résoudre, par un échange avec les lecteurs et dans de prochains articles, la grande énigme de la mécanique quantique.

Les fondements de la mécanique quantique, et plus particulièrement l'interprétation de la fonction d'onde, ont été au coeur du plus grand débat scientifique du 20^{ème} siècle. Alors que le déterminisme était jusque-là le moteur de la Science, le voici remis en question. Avec lui s'effondre l'existence d'une réalité objective et la possibilité d'une compréhension intuitive du monde.

Nous reprenons ici l'historique de ce débat en insistant sur les arguments des deux irréductibles défenseurs du déterminisme que sont Albert Einstein et Louis de Broglie. Nous tâcherons de répondre à quelques questions sur la fonction d'onde et son interprétation :

- Quelle révolution de la physique proposaient Einstein et de Broglie en introduisant la dualité onde-particule de la lumière comme de la matière ?

- En quoi diffèrent les deux principales interprétations, l'interprétation statistique de Copenhague¹ et l'interprétation déterministe de Broglie-Bohm ?
- Quelles positions Einstein et de Broglie défendaient-ils sur le déterminisme et la réalité physique ?
- Comment la non-localité s'introduit-elle dans la physique à travers l'expérience d'Einstein, Podolsky et Rosen ?
- Et finalement, si Einstein et de Broglie avaient raison ?

Les pères de la dualité onde-particule

A la fin du 19^{ème} siècle, la physique est solidement établie sur deux piliers. D'un côté il y a les particules, des corpuscules de matière, dont le mouvement est

¹ L'école dite de Copenhague se réunissait à Copenhague autour de Bohr. Elle comprenait Heisenberg, Born, Pauli, Jordan, Dirac...

décrit par la mécanique newtonienne. De l'autre il y a les ondes, parmi lesquelles la lumière, qui ont des propriétés typiques : elles diffractent et interfèrent.

C'est en 1900 que Planck, pour comprendre le rayonnement des corps chauffés, émit l'hypothèse que les échanges d'énergie entre la matière et la lumière devaient se faire par quanta discrets, et non de façon continue. Einstein reprit cette notion de quantum d'énergie dans le premier de ses cinq articles de 1905 : *“Un point de vue heuristique concernant la production et la transformation de la lumière”*, le seul qu'il considère comme *“très révolutionnaire”*. *“De fait, il me semble que les observations portant sur le “rayonnement noir”, la photoluminescence, la production de rayons cathodiques par la lumière ultraviolette, et d'autres classes de phénomènes concernant la production et la transformation de la lumière, apparaissent comme plus compréhensibles si l'on admet que l'énergie de la lumière est distribuée de façon discontinue dans l'espace. Selon l'hypothèse envisagée ici, lors de la propagation d'un rayon lumineux émis par une source ponctuelle, l'énergie n'est pas distribuée de façon continue sur des espaces de plus en plus grands, mais est constituée d'un nombre fini de quanta d'énergie localisés en des points de l'espace, chacun se déplaçant sans se diviser et ne pouvant être absorbé ou produit que d'un bloc”*[1].

Pendant les vingt années suivantes, le développement de la théorie quantique fut riche non seulement d'hypothèses hardies, d'intuitions géniales, mais aussi d'âpres controverses. Après les modèles ad hoc de l'atome d'hydrogène de Niels Bohr (1913), c'est à Louis de Broglie (1923) que revint le mérite *“de lever un coin du grand voile”*, en faisant l'hypothèse qu'à toute particule de matière de masse m , on pouvait faire correspondre une onde de longueur d'onde $\lambda = \frac{h}{mv}$, v étant la vitesse et h la constante de Planck.

Les hypothèses révolutionnaires proposées par de Broglie ont incité son directeur de thèse Paul Langevin à prendre l'avis d'Einstein, qui se déclare grandement impressionné comme il le lui écrit le 16 décembre 1924 : *“Le travail de Louis de Broglie m'a fait grande impression. Il a levé un coin du grand voile. Dans un nouveau travail, je parviens à des résultats qui semblent confirmer les siens. Si vous le voyez, dites-lui, je vous prie, toute l'estime et la sympathie que j'ai pour lui. J'ai l'intention d'exposer ses idées dans notre Colloquium”*.

Le même jour, Einstein envoie une lettre comparable à Lorentz : *“Un jeune frère du de Broglie que nous connaissons a fait une très intéressante tentative d'interprétation de la règle des quanta de Bohr-*

Sommerfeld (thèse soutenue à Paris, 1924). Je crois que c'est la première et faible lueur qui éclaire l'une de nos pires énigmes en physique. J'ai moi aussi trouvé deux ou trois choses qui parlent en faveur de sa construction”.

Puis les équations de la théorie furent inventées d'une manière indépendante par Heisenberg (1925) et Schrödinger (1926) pour le cas non relativiste, et Dirac (1928) pour le cas de la particule relativiste de spin 1/2. Entre-temps, Stern et Gerlach (1922) avaient montré l'existence d'un moment intrinsèque (le spin) lié à une particule. Pauli, Jordan, Born, puis Feynman et beaucoup d'autres vont en faire la belle théorie conceptuelle que nous connaissons aujourd'hui sous le nom de *“modèle standard”*.

Les équations de la mécanique quantique ont permis d'expliquer et de prévoir les mesures effectuées sur le monde physique qui nous entoure, depuis la structure de l'atome jusqu'à la conduction électronique des solides. Cette théorie quantique est aujourd'hui un cadre essentiel à notre prévisibilité de la Nature, de l'infiniment petit à l'infiniment grand.

Mais c'est l'interprétation de ces équations qui, bouleversant les cadres conceptuels classiques dans lesquels s'exerçait la pensée scientifique, prêtait et prête toujours à débat. Bien que ce débat sur les fondements de la mécanique quantique n'ait jamais cessé, il s'est particulièrement intensifié à deux époques : lors de l'élaboration de la nouvelle théorie, d'abord (Congrès Solvay 1927) ; au cours des années 80, ensuite (inégalités de Bell et expériences d'Aspect).

En 1954, dans son discours de réception Nobel, Max Born rappelait la profondeur du fossé qui séparait déjà les théoriciens les plus éminents : *“... quand je dis que les physiciens ont accepté le mode de pensée que nous avons développé à cette époque, ce n'est pas exact. En fait, il y a quelques exceptions notables parmi les chercheurs qui ont contribué à l'édification de la mécanique quantique. Planck lui-même fit partie des sceptiques jusqu'à sa mort. Einstein, de Broglie et Schrödinger n'ont jamais cessé de mettre en relief les aspects non satisfaisants de la mécanique quantique...”*.

On sait aujourd'hui que le modèle standard, malgré ses succès indiscutables, doit être amendé pour être compatible avec la relativité générale.

Encore aujourd'hui, c'est l'interprétation de la fonction d'onde qui est au centre du débat sur la mécanique quantique. L'interprétation statistique n'a

été reconnue par le jury Nobel qu'en 1954, soit presque 30 ans après sa proposition par Born. La fonction d'onde représente-t-elle complètement la particule comme l'assure l'interprétation statistique de Copenhague ? Ou faut-il au contraire lui ajouter la position initiale de la particule, comme le veut l'interprétation déterministe de Broglie-Bohm-Bell ?

Pour aller plus loin, il nous faut rappeler ces deux interprétations : l'interprétation classique, dite de Copenhague ; l'interprétation de Broglie-Bohm, proposée par de Broglie [2] en 1927 et retrouvée par Bohm [3] en 1952.

Les deux principales interprétations de la fonction d'onde

Dans l'interprétation de Copenhague de la mécanique quantique, la fonction d'onde d'une particule représente *toute* l'information sur la particule. Cette fonction d'onde est un vecteur d'un espace de Hilbert représentant un état quantique. La linéarité de l'espace de Hilbert correspond au *principe de superposition* selon lequel les états quantiques peuvent se combiner, se superposer, comme le font, en physique classique, des ondes et des champs. Lorsque la fonction d'onde est la superposition de plusieurs termes, les propriétés de cette particule ne sont pas bien définies ; en particulier la position et la vitesse d'une particule ne sont plus définies individuellement. Seule une mesure faite sur la particule peut les préciser par le biais d'une réduction du paquet d'ondes. Tant qu'aucune mesure n'est effectuée, les propriétés de la particule ne sont connues que par la probabilité qu'une éventuelle mesure donne telle ou telle valeur.

Ainsi dans l'expérience des fentes de Young, la particule n'a pas de position avant l'impact et la position de l'impact sur l'écran de détection ne peut se déduire du carré du module de la fonction d'onde que statistiquement, sans aucune explication possible : *"Dieu joue aux dés"*. Wolfgang Pauli, toujours très direct, résume cette thèse ainsi : *"Dans un état donné d'un système (objet), on peut, en général, faire seulement des prédictions statistiques (probabilités primordiales) sur les résultats de futures observations. Le résultat d'une seule observation, en revanche, n'est déterminé par aucune loi et par conséquent il est sans cause"*.

Devant les conséquences philosophiques et épistémologiques d'une telle affirmation, il semble raisonnable de chercher si ses fondements sont indiscutables !

Dans l'interprétation de Broglie-Bohm, la fonc-

tion d'onde ne représente pas toute l'information sur la particule ; il faut lui ajouter une position initiale pour la décrire complètement ; c'est cette position qui est appelée improprement "variable cachée" car comme le dit Bell c'est la principale variable directement mesurée. Dans ce cas, on déduit de la fonction d'onde la trajectoire de la particule en prenant comme vitesse (à un facteur près) le gradient de la phase de la fonction d'onde. C'est ainsi que l'on peut dire avec de Broglie que l'onde "pilote" la particule. Il n'est pas indifférent de remarquer que nous avons un résultat similaire en mécanique classique : la vitesse d'une particule y est en effet égale au gradient de l'action divisée par la masse de la particule ; on peut donc dire qu'en mécanique classique aussi l'action "pilote" la particule.

Une conséquence importante du choix de cette "vitesse" est qu'elle donne les mêmes résultats statistiques que l'interprétation de Copenhague, mais aussi et surtout qu'elle explique les impacts individuels des particules, ce que l'interprétation de Copenhague ne fait pas.

Dans l'expérience des fentes de Young, l'impact sur l'écran de détection correspond alors à la position classique de la particule et "Dieu ne joue plus aux dés". Cependant, cette position déterministe dépend de la position initiale de la particule. Comme cette dernière est inconnue, la position finale ne peut en pratique être connue que statistiquement, comme le dit l'interprétation de Copenhague.

Le débat fait rage depuis le congrès Solvay de 1927 avec Planck, Lorentz, Einstein et de Broglie dans le camp du déterminisme et Bohr, Born, Heisenberg, Pauli et Dirac dans l'autre, chaque groupe ayant de bonnes raisons de défendre sa position : l'électron dans l'état fondamental semble bien être représenté par sa seule fonction d'onde et donne ainsi raison à l'interprétation de Copenhague ; les impacts des particules dans l'expérience des fentes de Young peuvent faire pencher, au contraire, pour l'interprétation de Broglie-Bohm.

Les défenseurs du déterminisme et de la réalité physique

Le déterminisme et la réalité physique, qu'Einstein et de Broglie ont défendus jusqu'à la fin de leur vie, les ont fait considérer comme "dépassés" par le milieu scientifique.

Ils en étaient tous deux bien conscients. Dans une lettre à Born (lettre n° 81 [4]) de 1944, Einstein résume ainsi sa position :

"Nos espérances scientifiques nous ont conduits

*chacun aux antipodes de l'autre. Tu crois au Dieu qui joue aux dés, et moi à la seule valeur des lois dans un univers où quelque chose existe objectivement, que je cherche à saisir d'une manière sauvagement spéculative. Je crois fermement, mais j'espère que quelqu'un trouvera une manière plus réaliste ou une base plus concrète que celles qui me sont données. Le grand succès de la théorie des quanta dès son début ne peut pas m'amener à croire à ce jeu de dés fondamental, bien que je sache que **mes confrères plus jeunes voient là un effet de la fossilisation**. On découvrira un jour laquelle de ces deux attitudes instinctives était la bonne”.*

Quelques années plus tard, en 1961, Louis de Broglie [5] aura dans une interrogation pathétique la même lucidité sur sa direction de recherche et le regard de l'Histoire :

*“L'avenir, un avenir que je ne verrai sans doute pas, tranchera peut-être la question : il dira **si mon point de vue actuel est l'erreur d'un homme déjà assez âgé qui reste attaché aux idées de sa jeunesse** ou, au contraire, s'il traduit la clairvoyance d'un chercheur qui a réfléchi pendant toute sa vie sur le problème le plus fondamental de la physique contemporaine”.*

Malgré l'échec de leur quête pour “compléter” la mécanique quantique, la prise de position de ces deux grands scientifiques nous a encouragé à oser chercher dans cette voie.

Pourquoi ces deux grands savants au point de vue si proche n'ont-ils pas travaillé ensemble ? Il faut d'abord remarquer qu'Einstein a été le seul à défendre de Broglie et sa proposition de trajectoires au congrès Solvay de 1927 : “A mon avis, on ne peut lever cette objection que de cette façon que l'on ne décrive pas seulement le processus par l'onde ψ de Schrödinger, mais qu'en même temps on localise la particule pendant la propagation. Je crois que M. de Broglie a raison de chercher dans cette direction”.

Mais à partir de 1928 et jusqu'en 1951, Louis de Broglie abandonne son onde pilote et enseigne l'interprétation de Copenhague. Et ce n'est qu'à partir de 1952 qu'il revient à ses anciennes conceptions en terme de trajectoires déterministes. La mort d'Einstein en 1955 n'a pas laissé assez de temps à de Broglie pour le convaincre complètement.

En effet, en mai 1953 Einstein est très réservé sur l'interprétation en terme de trajectoires de Broglie-Bohm, comme il l'écrit à Born : “As-tu vu que Bohm

croit (comme de Broglie il y a 25 ans) pouvoir interpréter la théorie quantique dans un sens déterministe ? Ce procédé me semble un peu trop facile; mais tu es évidemment mieux placé pour en juger”.

En fait la théorie de la double solution de Broglie est plus complexe que l'approche de Bohm. “J'introduisais, sous le nom de “théorie de la double solution” l'idée qu'il fallait distinguer deux solutions distinctes, mais intimement reliées à l'équation des ondes, l'une que j'appelais l'onde u étant une onde physique réelle et non normable comportant un accident local définissant la particule et représenté par une singularité, l'autre, l'onde ψ de Schrödinger, normable et dépourvue de singularité, qui ne serait qu'une représentation de probabilités” [6].

Nos recherches actuelles sont basées sur cette intuition de Louis de Broglie de l'existence d'une onde statistique ψ et d'une onde soliton $^2 u$; cependant il ne s'agira pas d'une double solution, mais d'une double interprétation de la fonction d'onde suivant les conditions initiales.

Pour autant, la dernière lettre d'Einstein à Louis de Broglie du 15 février 1954 montre un changement de position in extremis et suggère qu'une forte connivence s'est établie entre les deux grands savants malgré l'obstacle de la langue :

“Cher de Broglie,

Hier j'ai lu, traduit en allemand, votre article, qui m'était déjà connu, concernant la question “quanta et déterminisme” et vos pensées si claires m'ont fait grand plaisir. C'est étonnant combien tout apparaît plus plastique et vif quand c'est exprimé dans la langue qui vous a toujours été familière. Si je vous écris aujourd'hui, la raison en est étrange. Car je voudrais vous dire comment j'ai été poussé vers ma méthodologie qui, vue de l'extérieur, semble assez bizarre. En effet, je dois ressembler à l'oiseau du désert, l'autruche, qui, sans cesse, se cache la tête dans le sable relativiste pour éviter d'avoir affaire aux méchants quanta. En vérité, je suis, exactement comme vous, convaincu qu'il faut chercher une substructure, une nécessité que la théorie quantique actuelle cache habilement par l'application de la forme statistique”.

Et dans sa réponse à Einstein de Mars 1954, qui sera leur dernière relation, de Broglie le remercie de ces encouragements à persévérer dans cette direction :

² Un soliton est une onde qui se déplace sans changer de forme. Les solitons sont à la base des travaux de Ray Glauber, prix Nobel de physique 2005.

“Cher monsieur Einstein,

Votre lettre a été pour moi très intéressante à lire et à méditer. Elle m'a apporté un grand encouragement pour continuer à reprendre, en les approfondissant, les idées que j'avais entrevues en 1927. Comme vous le savez, je travaille maintenant avec quelques jeunes collaborateurs à préciser et à étendre ces conceptions et j'ai obtenu dans cette voie quelques résultats qui me semblent encourageants. Mais il reste, comme vous le pensez bien, des difficultés considérables qui sont bien loin d'être résolues. Néanmoins je suis de nouveau porté à croire que l'interprétation statistique actuellement admise est “incomplète” et qu'il faut rechercher des images spatio-temporelles précises/ du dualisme onde-particule/ permettant de justifier le succès des lois statistiques de la mécanique quantique”.

La non-localité et l'expérience EPR

Cinquante ans après cette dernière lettre, Einstein et de Broglie reviennent aujourd'hui au premier plan de la physique quantique pour avoir prédit les trois phénomènes physiques vraiment nouveaux de cette fin du siècle : les ondes de matière avec des atomes froids, les nouveaux états de la matière avec les condensats de Bose-Einstein et la supraconductivité, et la manifestation de l'intrication et de la non-localité quantique dans le paradoxe EPR.

En 1935, Einstein, Podolsky et Rosen (EPR) [8] introduisent la notion d'état intriqué, dans lequel deux particules présentent des corrélations fortes même si elles sont très éloignées. Sur cette expérience de pensée, ils démontrent que les trois propositions suivantes sont contradictoires :

- a) Les prédictions de la physique quantique sont justes,
- b) Aucune influence ne peut se propager plus vite que la lumière (principe de localité d'Einstein),
- c) Le formalisme quantique est complet.

Ils en concluent que la solution la plus naturelle est que le formalisme quantique est incomplet, ce que Niels Bohr contesta aussitôt.

Il faudra attendre presque trente ans pour que John Bell [9] démontre que la seule conclusion possible de l'analyse d'Einstein, Podolsky et Rosen est que le monde est non local et qu'il faut relaxer l'hypothèse (b). Les expériences des années 80, en particulier celles d'Aspect [10], ont confirmé expérimentalement cette non-localité intrinsèque de la

mécanique quantique, qui ne peut donc pas être expliquée par des théories n'utilisant que des variables cachées locales.

Bien que l'histoire ait tranché contre l'hypothèse la plus raisonnable, celle d'Einstein, et ainsi donné raison à Bohr, c'est Einstein qui a posé la bonne question sur la non-localité. Et comme le note Aspect [11] *“L'observation expérimentale de la violation des inégalités de Bell a ainsi mis en relief les propriétés extraordinaires de l'intrication, découvertes par Einstein, et que l'on cherche aujourd'hui à utiliser en information quantique, pour des méthodes radicalement nouvelles de transmission et de traitement de l'information. Cette révolution conceptuelle conduira-t-elle à une révolution technologique que symboliserait la construction d'un ordinateur quantique ?”*[12].

Rappelons que la théorie de Broglie-Bohm est non locale et n'est donc pas invalidée, comme on le croit souvent, par les résultats de Bell et d'Aspect. La position de la particule qu'elle introduit peut en effet la faire considérer comme locale, mais la vitesse de la particule, qui dépend de la fonction d'onde, l'a rend non locale.

La fonction d'onde restera-t-elle une énigme ?

Bien que l'interprétation de Broglie-Bohm conduise aux mêmes vérifications expérimentales que l'interprétation de Copenhague, bien qu'elle soit déterministe et qu'elle corresponde à un certain réalisme physique qui manque à sa rivale, elle est restée ignorée de la communauté internationale, lorsqu'elle n'est pas purement et simplement rejetée pour son aspect “métaphysique”.

“Je vis l'impossible réalisé” : c'est en ces termes [13] que John Bell décrit l'intense surprise qui fut sienne quand, en 1952, il lut les articles de Bohm, qui venaient juste d'être publiés. L'impossibilité venait d'un théorème de Von Neumann [14] publié en 1932 dans son livre “Les fondements mathématiques de la mécanique quantique”, qui semblait montrer l'impossibilité de compléter la mécanique quantique par des variables cachées.

Vu l'immense prestige du mathématicien Von Neumann, ce résultat et son interprétation physique étaient presque devenus un postulat de la mécanique quantique. Ainsi, comme le rapporte d'Espagnat [15] : “à l'université, Bell avait, comme nous tous,

recueilli de ses professeurs un message que Feynman, plus tard encore, devait avec brio énoncer comme suit : *“personne ne peut expliquer plus que nous n'avons ici expliqué [...] Nous n'avons pas la moindre idée d'un mécanisme plus fondamental duquel les résultats qui précèdent (les franges d'interférences) pourraient découler !”*.

Aussi John Bell s'interroge-t-il sur les silences de ces professeurs sur l'onde pilote de Broglie-Bohm : *“Mais alors pourquoi Born ne m'avait pas parlé de cette “onde pilote” ? Ne serait-ce que pour signaler ce qui n'allait pas avec elle ? Pourquoi Von Neumann ne l'a pas envisagée ? Plus extraordinaire encore, pourquoi des gens ont-ils continué à produire des preuves d'impossibilité, après 1952, et aussi récemment qu'en 1978 ? Alors que même Pauli, Rosenfeld, et Heisenberg, ne pouvaient guère produire de critique plus dévastatrice de la théorie de Bohm que de la dénoncer comme étant “métaphysique” et “idéologique” ? Pourquoi l'image de l'onde-pilote est-elle ignorée dans les cours ? Ne devrait-elle pas être enseignée, non pas comme l'unique solution, mais comme un antidote à l'auto-satisfaction dominante ? Pour montrer que le flou, la subjectivité, et l'indéterminisme, ne nous sont pas imposés de force par les faits expérimentaux, mais proviennent d'un choix théorique délibéré ?”*.

Entre la thèse de Copenhague et celle de Broglie-Bohm, la synthèse est-elle possible ?

Nous vous proposons dans des articles à venir de lever un peu plus le voile sur cette question en revisitant les principales expériences de la mécanique quantique : les interférences dans les fentes de Young [16], la “mesure” du spin dans l'expérience de Stern et Gerlach, l'oscillateur harmonique et l'électron dans l'atome d'hydrogène.

Le fil d'Ariane qui nous guidera est l'application des deux premiers préceptes du “Discours de la Méthode” à la remarque suivante : la fonction d'onde suffit pour décrire complètement une particule “discernable” et ne suffit pas pour décrire complètement une particule “indiscernable”.

Toute contribution des lecteurs à ce difficile problème sera la bienvenue..

Bibliographie

- [1] A. EINSTEIN, *“Un point de vue heuristique concernant la production et la transformation de la lumière”*, Annalen der Physik, 17 p.132-148 (1905).
- [2] L.de BROGLIE, 1927, J. de Phys., 8 , p. 225-241.
- [3] D. BOHM, *“A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of “Hidden” Variables”*, Physical Review, 85, 166-193 (1952).
- [4] A. EINSTEIN, M. BORN, Correspondance 1916-1955, Edition du Seuil, 1972.
- [5] L. de BROGLIE, *“Mon anxiété devant le problème des quanta”* dans : Certitudes et Incertitudes de la science, Albin Michel, Paris, 1966.
- [6] L. de BROGLIE, *“Recherches sur la théorie des quanta”*, Thèse de doctorat soutenue à Paris le 25 novembre 1924 ; J. de Phys., 8 , p. 225-241, 1925. Reproduit dans : L. de Broglie, Recherches sur les quanta (Fondation Louis de Broglie, Paris, 1992).
- [7] F. BALIBAR, O. DARRIGNOL et B. JECH, A. Einstein, Oeuvres choisies 1 Quanta, par, Editions du Seuil, Paris (1989).
- [8] A. EINSTEIN, B. PODOLSKY & N. ROSEN, *“Can Quantum Mechanical Description of Reality be Considered Complete ?”*, Phys. Rev. 47 (1935) 777-780.
- [9] J. S. BELL, *“On the Einstein Podolsky Rosen Paradox”*, Physics 1, 195 (1964).
- [10] A. ASPECT, J. DALIBARD, G. ROGER, Phys. Rev. Lett. 49 1804 (1982).
- [11] A. ASPECT, P. GRANGIER, *“Des intuitions d'Einstein à l'information quantique : les stupéfiantes propriétés de l'intrication”*, Bulletin de l'Union des Professeurs de Physique et de Chimie, n° 875, juin 2005, Hors série.
- [12] Y. MUKHARSKY, *“Les Obits et le calcul quantique : le silicium d'après demain”*, REE n°10, nov. 2004.
- [13] J. S. BELL, *“Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics”* (Cambridge University Press, 1987).
- [14] J. VON NEUMANN, *“Les fondements mathématiques de la Mécanique Quantique”*, Editions Gabay (1988).
- [15] B. d'ESPAGNAT, *“A la recherche du réel”*, Gauthiers-Villars, 1979.
- [16] M.GONDRAN & A. GONDRAN , *“Numerical Simulation of the Double-Slit Interference with Ultracold Atoms”*, Am. J. Phys. 73 (5), 2005.
- [17] M. GONDRAN & A. GONDRAN, *“La Mécanique quantique : et si Einstein et de Broglie avaient raison ?”*, à paraître, 2005.