

# Modélisation du problème théorique de planification WLAN par fonctions d'ensembles

Alexandre Gondran, Julien Fondrevelle, Oumaya Baala et Alexandre Caminada

SET, Université de Technologie Belfort-Montbéliard, 90010 Belfort cedex, France.  
alexandre.gondran@utbm.fr

**Mots-clefs** : optimisation combinatoire, planification WLAN, fonction d'ensembles, problème p-médian.

## 1 Introduction

Cet article présente le problème de planification de réseaux sans fil (WLAN pour *Wireless Local Area Network*). La problématique consiste à positionner des émetteurs dans un bâtiment et à les paramétrer afin de fournir un accès sans fil aux usagers du réseau local. On propose de modéliser ce problème sous la forme de fonctions d'ensembles. Cette modélisation permet aussi de réutiliser les meilleurs algorithmes développés dans ce contexte.

Le problème est de concevoir un réseau WLAN afin qu'il réponde au mieux aux **exigences financières** et de **qualité de service (QoS)** souhaitées. La planification de WLAN, peut, au même titre que celle des réseaux cellulaires, être décomposée en deux sous-problèmes. D'abord le **placement des points d'accès (AP pour Access Point)** : on choisit un certain nombre d'emplacements  $S$  parmi un ensemble  $m$  d'emplacements candidats,  $S \subset [1, m]$ . A chaque emplacement  $i$  correspond un coût d'installation  $f_i$ . Ensuite le **paramétrage de chaque AP ouvert**, c'est-à-dire (1) choisir le type d'antenne ou plutôt le *diagramme de rayonnement* (omnidirectionnel, bidirectionnel, directionnel,...) à positionner sur chaque emplacement. Il faut aussi (2) choisir l'*azimut* de chaque antenne ainsi que sa *puissance d'émission* (3). Enfin il faut *affecter les différentes fréquences* disponibles aux AP ouverts (4). Nous présenterons une modélisation par des fonctions d'ensembles car elle met en évidence ces deux étapes : le placement et le paramétrage. Enfin certaines variantes et simplifications seront évoquées.

## 2 Formulation du problème

Soit  $S$  un sous-ensemble d'emplacements candidats :  $S \subset [1, m]$ . On pose :  $f(S) = \sum_{i \in S} f_i + \alpha \times g(S)$ , où le premier terme correspond au coût d'installation en euros des  $S$  emplacements et où  $g(S)$  est la valeur de la solution d'un problème à part entière qui optimise les paramètres des  $S$  emplacements ouverts afin de minimiser l'écart entre la QoS souhaitée et la QoS réellement offerte par le réseau. On peut définir la QoS d'un réseau WLAN comme la satisfaction en débit de l'ensemble des  $n$  clients du réseau. Soit  $d_j$  la demande en débit du client  $j$ . Le terme  $\alpha$  correspond donc au coût financier en euros du non respect des  $d_j$  avec  $j \in [1, n]$ . Le problème revient à chercher un sous-ensemble  $S^*$  de coût  $f(S^*)$  minimum (problème 1).

Chaque client  $j$  reçoit de chaque AP  $i$  un signal de puissance  $p_{ij}$  ; dans un premier temps, on suppose que chaque client s'associe avec l'AP qui lui offre le meilleur signal et qui est supérieur à un certain seuil  $p^c$  permettant l'établissement d'une communication. On pose :  $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } p_{ij} = \max_{k \in S} (p_{kj}) \text{ et } p_{ij} \geq p^c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ .

Une façon simple de formuler le problème  $g$  est d'introduire un coût d'association  $c_{ij}$  entre le client  $j$  et l'AP  $i$ . Ce coût peut simplement correspondre à l'écart entre le débit souhaité par le client  $j$  et le débit offert par l'AP  $i$ . On écrit alors :  $g(S) = \min \sum_{i \in S} \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$  avec  $\sum_{i \in S} x_{ij} = 1$  pour tous les clients  $j$ .

### 3 Variantes

Dans un premier temps, on peut simplifier le paramétrage des AP en choisissant pour tous les AP un même type d'antenne avec diagramme de rayonnement omnidirectionnel par exemple ; il n'y a donc dans ce cas pas d'azimut à définir. Si on fixe, pour l'ensemble des AP, une puissance d'émission unique (20 dBm par exemple pour être en conformité avec la norme IEEE 802.11b/g), la fonction  $g$  est réduite à un problème d'allocation de fréquences. Si on néglige ou on approxime le problème d'allocation de fréquences en fixant par exemple un écart de 3 canaux entre tous les AP, on le réduit à un problème de partitionnement. Pour de nombreux cas, la fonction  $f$  est sous-modulaire ou sur-modulaire, ce qui permet d'utiliser des algorithmes performants [1].

Pour tenir compte du caractère mobile des clients et de nouvelles règles d'association client/AP que permettent les nouveaux équipements, telles que l'équilibrage de charge, il peut être intéressant de définir un modèle d'association continue : un client s'associe avec plusieurs AP à la fois, il répartit ainsi sa charge

entre plusieurs AP selon le débit que lui offre chacun des AP : 
$$x_{ij} = \begin{cases} \frac{q_{ij}}{\sum_{k \in S} q_{kj}} & \text{si } \sum_{k \in S} q_{kj} \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$
 avec  $q_{ij}$  le débit

offert par l'AP  $i$  au client  $j$  compte tenu de la puissance  $p_{ij}$ .

### 4 Conclusion et perspectives

La formulation par des fonctions d'ensembles est adaptée à ce problème et fournit des algorithmes gloutons efficaces et rapides [1]. De plus, elle permet d'ajouter aisément de nouvelles contraintes de QoS propres aux problèmes radio, comme une contrainte garantissant un certain débit pour chaque utilisateur. Nos travaux futurs porteront sur l'intégration de cet aspect dans une variante plus complète.

Notons que le problème de planification WLAN peut être également formulé comme un problème  $p$ -médian ou un 'set covering problem' [2]. Les méthodes utilisées pour résoudre ce type de problèmes sont très variées [3] : les heuristiques de substitution de sommets [4], combinées avec d'autres techniques comme la recherche Tabou [5] ou les méthodes à voisinages variables [6] ; les algorithmes gloutons aléatoires et les algorithmes itératifs aléatoires [7] apportent une approche très intéressante.

### Références

- [1] M. Minoux, M. Gondran (1981). Minimisation de fonctions d'ensemble surmodulaires et sousmodulaires, *Operational Research*'81 : 509-521.
- [2] E. Amaldi, A. Capone, M. Cesana, F. Malucelli (2004). Optimizing WLAN Radio Coverage. *IEEE Intl. Conf. on Communications 2004*, 1: 180-184.
- [3] J. Reese (2005). *Methods for Solving the p-Median Problem : An Annotated Bibliography*. Technical Report, Trinity University, San Antonio, Texas.
- [4] M. B. Teitz and P. Bart (1968). Heuristic methods for estimating the generalized vertex median of a weighted graph. *Operations Research*, 16 (5) : 955-961.
- [5] E. Rolland, D.A. Schilling, J.R. Current (1996). An efficient tabu search procedure for the p-median problem, *European Journal of Operational Research*, 96 (2) : 329-342.
- [6] P. Hansen, N. Mladenovic, D. Perez-Brito (2001). Variable neighbourhood decomposition search, *Journal of Heuristics*, 7 (4) : 334-350.
- [7] N. Mezani (2005), *Algorithmes approchés aléatoires*, thèse de Doctorat de l'Université de Paris IX.